



# Çok işçili montaj hatlarında istasyon ve kaynak yatırımı maliyetinin enküçüklenmesine yönelik tavlama benzetimi ve tam sayılı doğrusal programlamaya dayalı yeni bir algoritma

**Murat ŞAHİN\***

Celal Bayar Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Manisa  
[sahin.murat@cbu.edu.tr](mailto:sahin.murat@cbu.edu.tr) ORCID: 0000-0003-3173-1749, Tel:(312)582 38 11

**Talip KELLEĞÖZ**

Gazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara  
[tkellegoz@gazi.edu.tr](mailto:tkellegoz@gazi.edu.tr) ORCID:0000-0002-3866-5791, Tel:(312)582 38 01

**İsmet SÖYLEMEZ**

Abdullah Gül Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kayseri  
[ismet.soylemez@agu.edu.tr](mailto:ismet.soylemez@agu.edu.tr) ORCID:0000-0002-8253-9389, Tel:(312)582 38 09

Geliş: 07.02.2018, Kabul Tarihi: 25.05.2018

## Öz

Standardize edilmiş ürünlerin üretiminde yaygın olarak kullanılan montaj hatları önemli bir akış tipi üretim şeklidir. Bu hatların dengelenme problemleri üretim ve kaynak yatırımı maliyetlerinin enküçüklenmesi açısından büyük önem arz etmektedir. NP-zor bir yapıya sahip olan probleme endüstriyel ortamlarda yaygın olarak karşılaşılmamasına karşın makul süreler içerisinde kesin çözüm yöntemleri ile çözümü mümkün olmayabilmektedir. Bu çalışmada yenilenebilir kaynak yatırımı maliyetini de dikkate alan çok işçili montaj hattı dengeleme problemine yönelik yeni bir algoritma sunulmuştur. Önerilen algoritmada tamsayı doğrusal programlama ile çözülecek olan alt problemler tavlama benzetimi yöntemi ile belirlenmiştir. Literatürde montaj hattı dengeleme problemlerinde sıklıkla tercih edilen rassal sayılar dizisi kullanılarak görevlerin hangi önceliklerle atanacağı belirlenmiştir. Tavlama benzetimi ve tamsayı doğrusal programlamanın birlikte kullanımına dayanan algoritmanın etkinliği test problemleri üzerinde ölçülmüştür. Tavlama benzetimi sezgiseli C# programlama dilinde kodlanmış ve oluşturulan her bir alt problemin tamsayı doğrusal programlama modeli CPLEX 10.2 çözücü kullanılarak 3.2 GHZ /4 GB Ram'a sahip bilgisayarda koşturulmuştur. Tavlama benzetiminde aynı alt problemler oluşturulması durumunda hafızada kaydedilen çözüm ve atamalar kullanmıştır. Bunun temel nedeni matematiksel model ile çözülen alt problemlerde aynı modelin oluşturulması durumunda elde edilecek sonuçlara daha önceden ulaşılmış olmasıdır. Bu sayede algoritmanın daha hızlı bir şekilde çalışması gerçekleştirilmiş olup, çözülen ve tekrarlanan matematiksel model sayıları özetlenerek sunulmuştur. Geliştirilen algoritmanın orta ve büyük boyutlu problem örneklerinde kabul edilebilir kalitede çözümler üretebildiği gözlemlenmiştir. Montaj hattı problemlerine ilişkin literatürde bulunan çalışmalar dikkate alındığında, ilgili problem üzerindeki çalışmaların eksikliğine vurgu yapılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Tavlama benzetimi, matematiksel modelleme, montaj hattı dengeleme, çok işçili montaj hattı, kaynak kısıtı.

\* Yazışmaların yapılacağı yazar:

DOI:

## Giriş

Artan ürün taleplerini karşılayabilmek için işletmeler daha hızlı ve verimli üretim yapmayı amaçlamaktadır. Seri üretimlerde yaygın olarak kullanılan montaj hatları sayesinde işletmeler bu amaçlarına ulaşabilmektedir. Montaj hatları birbirlerine çeşitli malzeme taşıma sistemleri ile bağlı olan çalışma istasyonlarının art arda sıralanması ile oluşan önemli bir akış tipi üretim şeklidir (Hazır vd., 2014).

İşletmelerin gereksinimleri dikkate alınarak montaj hatlarının farklı yapılandırılmaları oluşturulmuştur. Bu açıdan montaj hatlarının yerleşim şekli, üretilen ürün çeşitliliği, her bir istasyonda çalışan işçi sayısı, görev süreleri gibi farklı özellikler dikkate alınarak sınıflandırılması mümkündür. Yerleşim şekline göre düz, U-tipi, paralel ve çift taraflı; üretilen ürün tipine göre tek, çok ve karma modeli; istasyonda çalışan işçi sayısına göre tek ve çok işçili; görev sürelerinin deterministik ya da stokastik olmasına göre farklı sınıflara ayrılabilir. En temel olarak amaç fonksiyonuna göre ise istasyon sayısı (Tip-1) ve çevrim zamanının (Tip-2) enküçüklenmesi ve hat etkinliğinin (Tip-E) enbüyüklenmesi olarak ele alınmaktadır. Bir görevin gerçekleştirilmesi için gerekli olan kaynakları dikkate alan (kaynak kısıtlı) ve almayan montaj hatları olarak gruplandırılabilir.

Montaj hatlarında bir ürünün nihai haline ulaşması için yapılması gereken en küçük iş parçası görev olarak adlandırılır. Bu görevlerin istasyonlara atanması sırasında ürünün teknik özelliklerinin gerektirdiği birtakım öncelik ilişkileri dikkate alınmalıdır. Bir istasyonda gerçekleştirilecek olan görevlerin toplam süresinin ise çevrim süresini aşmaması gerektiği bilinmektedir.

Seri üretim sistemlerinde içerdiği avantajlara rağmen montaj hattının yatırım maliyetleri yüksek tutarlar gerektirmektedir. Montaj hatlarının verimlilik açısından etkili bir şekilde dengelenmesinin yanında yatırım maliyetinin de enküçüklenmesi işletmeler için fayda sağlamaktadır.

Bu çalışmada incelenecek olan çok işçili montaj

hatları, tek işçili montaj hatlarına kıyasla daha avantajlı olabilmektedir. Bunlar arasında daha az iş istasyonu ile aynı verimi sağlayabilmesi, daha az miktarda ara stok içerebilmesi, alan açısından avantajlı olabilmesi, zaman ve ekipman açısından tasarruf sağlayabilmesi yer almaktadır (Dimitriadis, 2006). Tek işçili hatlara kıyasla sağladığı avantajlar nedeniyle çok işçili montaj hatları genellikle büyük boyutlu ürün üreten işletmelerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak çok işçili montaj hatlarının dengelenmesi problemi tek işçili hatlara kıyasla daha karmaşık bir yapıya sahiptir (Roshani ve Giglio, 2017). Montaj hattı ile ilgili yapılan çalışmaların geniş bir literatüre sahip olduğu bilinmektedir. Bu nedenle bu makalede çalışma konusu ile yakından alakalı olan kaynak kısıtlı ve çok işçili montaj hatları ile ilgili yapılan çalışmalar incelenmiştir. Montaj hattı literatürü hakkında detaylı bilgi için Sivanankaran ve Shahabudeen (2014) tarafından sunulan literatür araştırmasına başvurulabilir.

Kaynak kısıtlı montaj hatları ile ilgili yapılmış olan bazı çalışmalar ise şu şekildedir. Matematiksel modelleme yaklaşımı geliştirilen çalışmalar Graves ve Lamar (1983), Bukchin ve Tzur (2000), Ağpak ve Gökçen (2005), Pekin ve Azizoğlu(2008), Kara ve ark. (2011), Barutcuoğlu ve Azizoğlu (2011) Corominas ve ark.(2011), Ogan ve Azizoğlu (2015) tarafından sunulmuştur. Kara ve ark. (2011) hem düz hem de U-tipi montaj hatlarını dikkate alırken, Ogan ve Azizoğlu (2015) U-tipi montaj hattını kaynak maliyetinin en küçüklenmesi açısından ele almıştır. Bukchin ve Tzur (2000), Pekin ve Azizoglu (2008) ve Ogan ve Azizoglu (2015) tarafından hat tasarımı/kaynak maliyetinin enküçüklenmesine yönelik dal-sınır algoritmaları geliştirilmiştir. Mete ve Ağpak (2013) tarafından çift taraflı kaynak kısıtlı montaj hattı dengeleme problemi ele alınmıştır. Çok işçili montaj hatları için yapılan bazı çalışmalar ise şu şekildedir. Akaghi ve ark. (1983) uygulaması kolay ve yaygın bir sezgisel yöntemi tek modellenmiş bir hat için önermişlerdir. Bukchin ve ark. (1997) montaj hattı tasarımı için sezgisel bir yöntemle yeni bir bakış açısı

kazandırmışlardır. Çevikcan ve diğerleri (2009) tarafından bir matematiksel model ve sezgisel yöntem istasyon alanının fiziksel kullanım yüzdesi için geliştirilmiştir. Dimitriadis (2006) hat verimliliği ve alan kullanımı için sezgisel bir yöntem geliştirmiştir. Dal sınır algoritması ve sezgisel bir yöntem Becker ve Scholl (2009) tarafından işçi sayısı enküçüklenmesi için uygulanmıştır. Roshani ve diğerleri (2013) değişken süreli çok işçili montaj hatları için tavlama benzetimi yöntemini kullanarak iyi sonuçlar elde etmiştir. Kellegöz (2017) ise istasyon ve işçi sayısını dikkate alan gantt şemasına dayalı bir çözüm yöntemi geliştirmiştir. Roshani ve Giglio (2017) çevrim süresi enküçüklenmesi için tavlama benzetimi algoritması önermiştir.

Çok işçili ve kaynak kısıtlı montaj hattı literatürü dikkate alındığında, belirtilen montaj hatlarında hat tasarım maliyetinin enküçüklenmesine yönelik herhangi bir çalışmanın bulunmadığı görülmektedir. Bu çalışmada çok işçili, kaynak kısıtlı ve tek ürün üretilen montaj hattı türü ele alınmıştır. Görevlerin farklı yenilenebilir kaynaklarla gerçekleştirildiği ve çevrim süresinin bilindiği durumlar için yenilenebilir kaynaklar ve istasyon açma maliyetlerinden oluşan montaj hattı tasarımı maliyeti enküçüklenmeye çalışılmıştır. Yenilenebilir olarak kastedilen kaynaklar tekrarlı bir şekilde kullanılabilen ama tükenmeyen kaynaklardır. Sonraki anlatımlarda kullanılan kaynak kelimesi yenilenebilir kaynakları belirtmektedir. Bu çalışmada literatüre eklenen katkı çok işçili tek modelli düz montaj hatlarında tasarım maliyetini enküçükleyecek yeni bir hibrit algoritma sunulmuş olmasıdır. Çalışmanın devam eden bölümünde ele alınan problemin ayrıntılı tanımı verilirken, bir sonraki bölümde önerilen yöntem anlatılmaktadır. Hesaplama sonuçlarının ardından, çalışmanın son bölümünde sonuç ve değerlendirmelere yer verilmektedir.

## Problem Tanımı

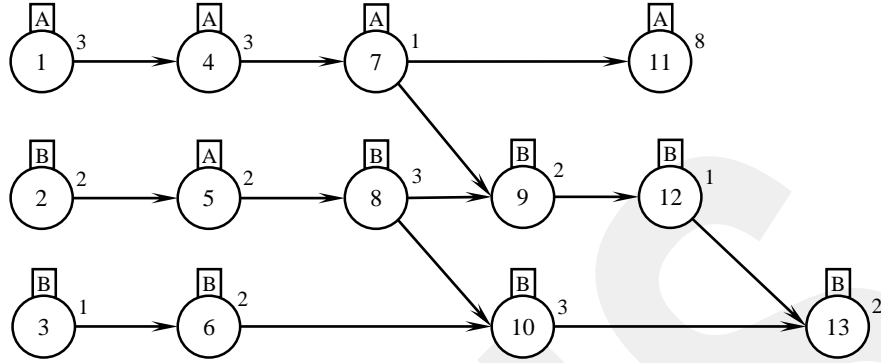
Bu çalışmada, çok işçili montaj hatlarında hat tasarımı maliyetinin enküçüklenmesi amaçlanmaktadır. Tasarım maliyetinin, hat için gerekli olan kaynak maliyeti ile istasyon açma maliyetlerinin toplamından oluştuğu varsayılmaktadır. Her bir görevin sadece tek bir kaynak gerektirdiği ve farklı görevlerin aynı kaynakları gerektirebildiği varsayılmaktadır. İlgilenilen montaj hatlarında basit montaj hatlarındaki yapıdan farklı olarak istasyonlarda birden fazla işçinin bulunmasına izin verilmektedir (Dimitriadis, 2006; Roshani ve Giglio, 2017). İncelenen problemin varsayımları aşağıdaki gibidir.

- Montaj hattı düz ve tek bir ürün üretilmektedir.
- Öncelik ilişkileri bilinmektedir.
- Öncelik ilişkileri dışında başka bir kısıtlama bulunmamaktadır.
- Görev süreleri kesin olarak bilinmektedir.
- Çevrim süresi bilinmektedir.
- Her bir görev sadece tek bir kaynak ile gerçekleştirilmektedir.
- Farklı görevler aynı kaynak ile gerçekleştirilebilir.
- Her istasyonda birden fazla işçi bulunabilmekte olup, bir istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısı bilinmektedir.
- İstasyonlarda bulunan işçi sayıları birbirinden farklı olabilmektedir.
- İstasyon açma maliyeti her istasyon için sabittir.
- Bir istasyondaki kaynakları farklı işçiler birlikte kullanabilmektedir. Kaynakların alınma sürelerinin çok önemli olmadığı ya da görev sürelerine eklendiği varsayılmıştır.
- Aynı anda bir kaynağı birden fazla işçi kullanamamaktadır.
- İstasyonlarda bulunan işçi sayıları farklı olabilmektedir.
- Birden fazla işçi aynı ürün üzerinde eş zamanlı olarak çalışabilmektedir.

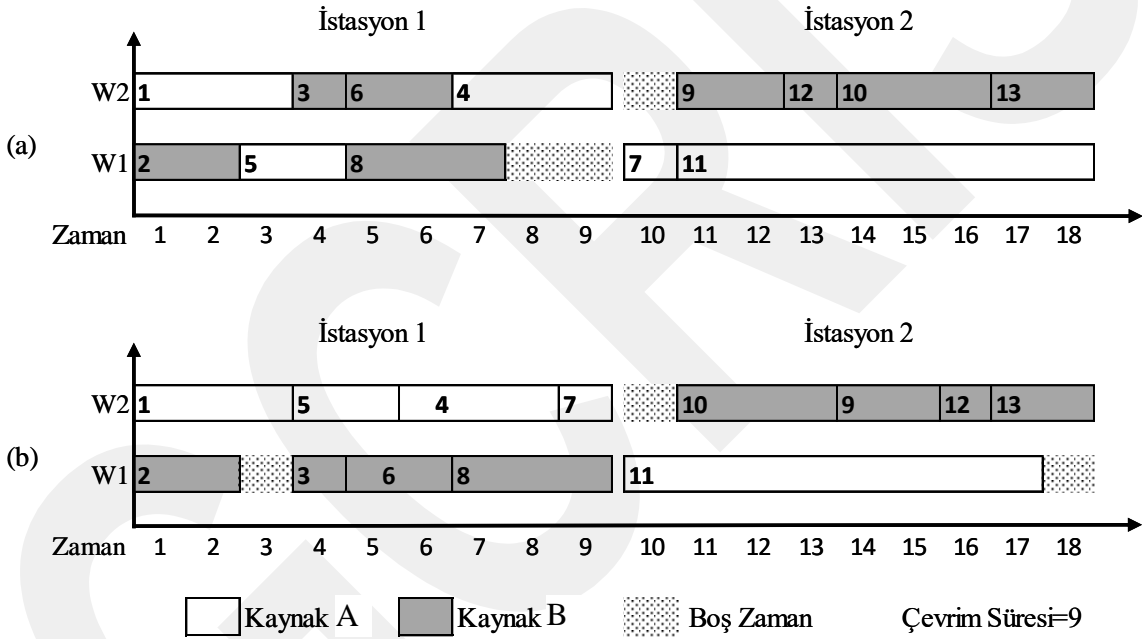
Şekil 1'de verilen öncelik diyagramı için önerilen problemin detaylı inceleneceği

varsayalım. Öncelik diyagramının gösterim şekli Roshani ve Giglio (2017) tarafından sunulan gösterim şekli ile benzerlik taşımaktadır. Burada şekilde daire içindeki sayılar görev numarasını,

sağ üstteki sayılar görev sürelerini ve üstteki dikdörtgen içindeki rakamlar o görevlerin hangi kaynak tipi ile gerçekleştirildiğini gösterebilir.



Şekil 1. Öncelik diyagramına bir örnek.



Şekil 2. Yenilenebilir kaynak maliyetinin dikkate alındığı ve alınmadığı durumlar için iki farklı dengeleme.

Çevrim süresinin 9 birim zaman ve her istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısının 2 olduğu bir montaj hattının dengeleneceği varsayalım. Şekil 2 (a)'da kaynak maliyeti göz ardı edildiğinde istasyon sayısının (maliyetinin) enküçüklendiği bir optimal çizelge oluşturulmuştur. Şekil 2 (a)'daki çizelge için birinci iş istasyonuna 2 adet Kaynak A ve 2 adet Kaynak B olmak üzere toplam 4 adet kaynak

atanmalıdır. Zira işçi 1 (W1) ve işçi 2 (W2) aynı zaman dilimlerinde (3. zaman diliminde Kaynak A, 4 ve 5. zaman diliminde Kaynak B) Kaynak A ve Kaynak B'ye ihtiyaç duymaktadır. İkinci iş istasyonu içinse 1 adet Kaynak A ve 1 adet Kaynak B olmak üzere 2 adet yenilenebilir kaynağa; hat içinse toplam 2 istasyonda 6 adet kaynağa ihtiyaç duyulacaktır. Kaynak ihtiyacı göz önüne alındığında ise aynı

montaj hattı için 2 istasyonda toplam 4 adet kaynak (2 adet *Kaynak A* ve 2 adet *Kaynak B*) yeterli olabilecektir. Böylece hat tasarım maliyeti daha düşük düzeyde tutulabilecektir.

## Önerilen Yöntem

Basit montaj hattı dengeleme problemlerinin NP-zor problemler sınıfında yer aldığı bilinmektedir (Gutjhar, 1964). Çok işçili montaj hatları basit montaj hatlarına kıyasla çözümleme açısından daha karmaşık bir yapıya sahiptir (Roshani ve Giglio, 2017). Basit montaj hatlarında görevlerin sadece hangi istasyonlara atanacağını belirlenmesi yeterli olurken, çok işçili montaj hatlarında bu görevlerin hangi işçiler tarafından gerçekleştirileceklerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Bu tarz problemlerin kesin çözüm yöntemleri ile çözülmesi mümkün olmayabilmektedir. Bu çalışmada tavlama benzetimi ve tamsayı doğrusal programlama modelinden faydalanılarak etkili bir algoritma geliştirilmeye çalışılmıştır. Önerilen algoritmanın genel yapısı Şekil 3'de sunulmuştur.

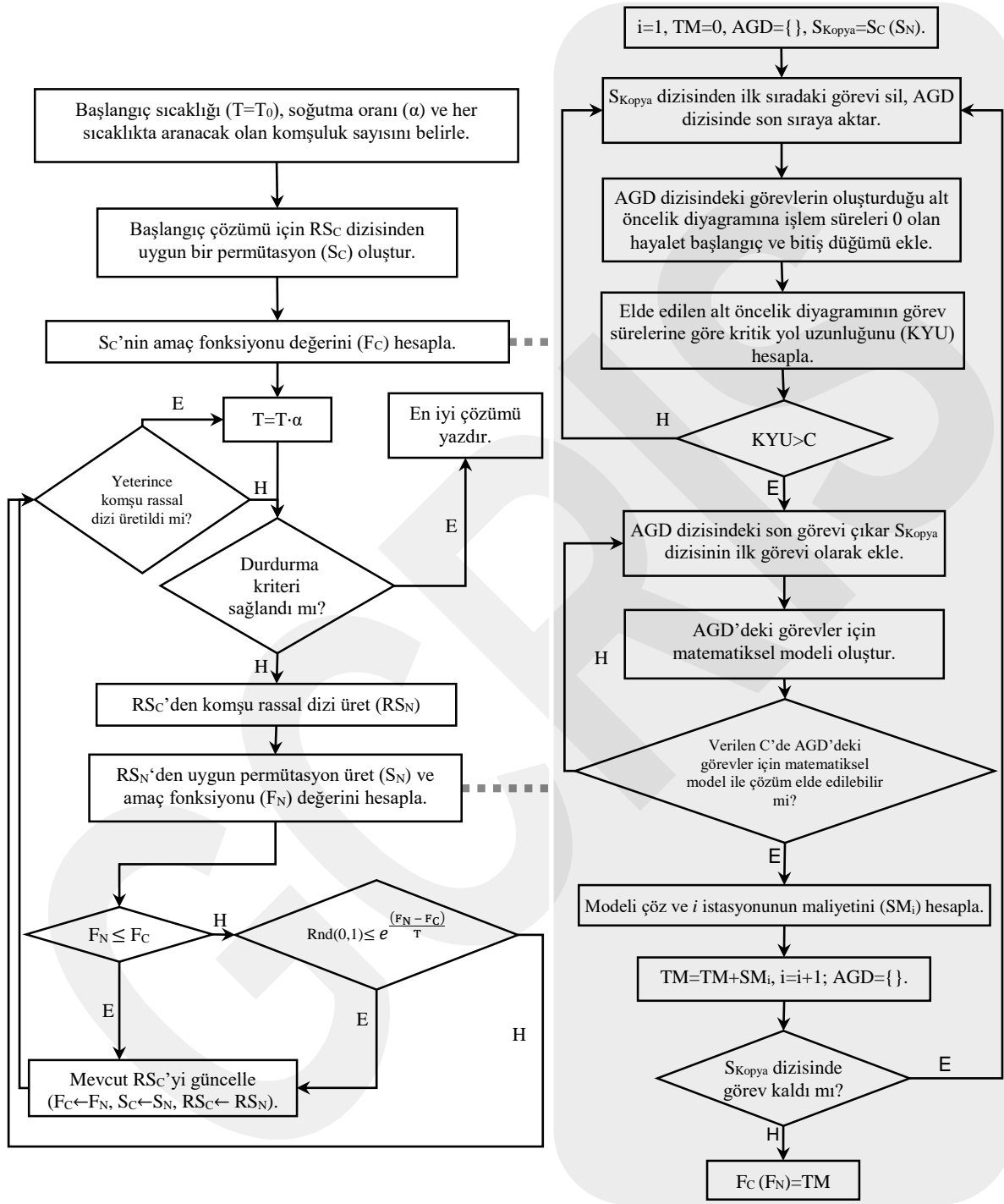
### Tavlama Benzetimi

Algoritmanın tavlama benzetimi kısmında istasyonlara atanacak olan görevlerin belirlenmesi amacıyla görevlerin uygun bir permütasyonu ( $S_C$ ) oluşturulmaktadır. Uygun bir permütasyon ile anlatılmak istenen, görevlerin öncelik ilişkilerini ihlal etmeden sıralanmasıdır. Montaj hattı dengeleme problemlerinde yaygın olarak kullanılan ve iyi sonuçlar verdiği bilinen görev tabanlı gösterim şekli kullanılmıştır (Petropoulos ve Nearchou, 2011). Geliştirilen algoritmada görevlerin hangi öncelik değerleri ile atanacağını belirten 0 ile 1 arasında rassal sayılar kullanılarak uygun bir permütasyon elde edilmiştir (Petropoulos ve Nearchou, 2011). Kullanılan yaklaşımda öncelikle atanabilecek görevler belirlenmekte ve bu görevlerden en yüksek rassal sayı değerine sahip görev, belirlenen sıraya atanmaktadır. Şekil 1'de verilen öncelik diyagramı için görevlerin atanma önceliklerini gösteren rassal sayılar dizisinden

( $RS_C$ ) uygun bir permütasyonun oluşturulması Tablo 1'de gösterilmektedir.  $S_C$  dizisi görevlerin hangi istasyonlara atanacağını belirlemek amacıyla kullanılmaktadır. Verilen  $S_C$  dizisinden bir kopya ( $S_{Kopya}$ ) alınır sıradaki istasyona atanacak olan görevler belirlenirken, kritik yol hesaplanmasına bağlı olarak sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir. Aday görevler dizisi (AGD) olarak adlandırılan boş olan bir diziye  $S_{Kopya}$  dizisinden soldan sağa doğru görevler tek tek aktarılmaktadır. Her görev aktarımında AGD'de bulunan görevlerin alt öncelik diyagramının başlangıç ve bitiş noktasına hayalet düğümler eklenerek görev sürelerine göre elde edilen şebekenin kritik yol uzunluğu (KYU) hesaplanır. Kritik yol uzunluğunun verilen çevrim süresini geçmesi durumunda AGD'ye son olarak eklenen görev AGD dizisinden çıkartılır ve tekrar  $S_{Kopya}$  dizisinin ilk elemanı olarak aktarılır. AGD'de kalan görevler için ilerleyen bölümde verilen matematiksel model oluşturularak incelenen istasyon için çizelge oluşturulur. Şekil 4'de daha önceden oluşturulmuş olan  $S_C$  dizisi (Tablo 1) için AGD oluşturulmaya çalışılmaktadır. Çevrim süresinin 6 birim zaman olduğu düşünüldüğünde AGD'ye her görev aktarımında alt öncelik diyagramına işlem süreleri 0 olan hayalet başlangıç (S) ve bitiş (F) düğümleri eklenmiştir. Bu alt öncelik diyagramının KYU değerinin çevrim süresini aşıp aşmadığı kontrol edilmektedir. Şekil 4(d)'de görüldüğü üzere  $AGD=\{2, 3, 5, 8\}$  olduğunda KYU değerinin çevrim süresini aştığı tespit edilmiştir. Bu nedenle AGD dizisinden son görev çıkartılarak,  $AGD=\{2, 3, 5\}$  dizisi için matematiksel model oluşturulmaktadır. Yukarıda belirtilen kontrollere rağmen AGD'de bulunan görevler için verilen çevrim süresinde matematiksel modelin uygun bir çözüm olmadığını saptaması durumunda AGD'ye son olarak aktarılan görev bu diziden çıkarılarak kalan görevler için matematiksel model tekrar oluşturulur. Eğer yine uygun çözüm olmadığı saptanırsa aynı işlemlere uygun çözüm elde edilinceye kadar devam edilir. AGD'de bulunan görevler için oluşturulan matematiksel modelin amaç fonksiyonu değeri o istasyonun maliyetini belirlemektedir. Örneğin *i*

istasyonunun maliyeti istasyon açma ve kaynak maliyeti dikkate alınarak algoritmada görüldüğü gibi hesaplanmıştır ( $SM_i$ ). Görevlerin tamamı

istasyonlara atandığında istasyonların maliyetleri toplamı  $Sc$  dizisinin amaç fonksiyonu değeri olan  $F_c$ 'yi oluşturmaktadır.



Şekil 3. Önerilen hibrid yöntemin genel yapısına ilişkin akış diyagramı.

**Hareket Mekanizması, Soğutma Çizelgesi**

Tavlama benzetiminde hareket mekanizması olarak swap yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde göre R<sub>Sc</sub> dizisinde bulunan görevlerin atanma öncelik değerleri yer değiştirilerek komşu diziler oluşturulmaktadır. Her sıcaklıkta aranacak olan komşuluk sayısı deneysel hesaplamalar

aracılığıyla görev sayısının yarısı olarak (n/2) belirlenmiştir. Tavlama benzetiminin soğutma işleminde geometrik oran kullanılmış olup, soğutma oranı olarak  $\alpha=0.9$  alınmıştır. Yine başlangıç sıcaklığı deneysel hesaplamalar aracılığıyla T=1000 olarak belirlenmiştir.

**Tablo 1.** R<sub>Sc</sub> dizisinden S<sub>C</sub> dizisinin elde edilmesine bir örnek.

Aday Görevler	Aday Görevlerin R <sub>Sc</sub> Dizisindeki Değerleri	Seçilen Görev	S <sub>C</sub>
{1 2 3}	{0.12 0.75 0.86}	3	{3}
{1 2 6}	{0.12 0.75 0.56}	2	{3 2}
{1 6 5}	{0.12 0.56 0.65}	5	{3 2 5}
{1 6 8}	{0.12 0.56 0.88}	8	{3 2 5 8}
{1 6}	{0.12 0.56}	6	{3 2 5 8 6}
{1 10}	{0.12 0.06}	1	{3 2 5 8 6 1}
{4 10}	{0.89 0.06}	4	{3 2 5 8 6 1 4}
{7 10}	{0.97 0.06}	7	{3 2 5 8 6 1 4 7}
{9 10 11}	{0.42 0.06 0.27}	9	{3 2 5 8 6 1 4 7 9}
{10 11 12}	{0.06 0.27 0.33}	12	{3 2 5 8 6 1 4 7 9 12}
{10 11}	{0.06 0.27}	11	{3 2 5 8 6 1 4 7 9 12 11}
{10}	{0.06}	10	{3 2 5 8 6 1 4 7 9 12 11 10}
{13}	{0.32}	13	{3 2 5 8 6 1 4 7 9 12 11 10 13}

\*R<sub>Sc</sub>={0.12 0.75 0.86 0.89 0.65 0.56 0.97 0.88 0.42 0.06 0.27 0.33 0.32} dizisinden son olarak S<sub>C</sub>={3 2 5 8 6 1 4 7 9 12 11 10 13} dizisi elde edilmiştir.

**Matematiksel Model**

Önerilen yöntemde bir istasyona atanacak olan görevler tavlama benzetimi yöntemi ile belirlenirken, her bir istasyondaki çizelgelenmeler matematiksel model aracılığıyla gerçekleştirilmektedir. Bu sayede seçilen görevlerin istasyonlarda bulunan işçilere uygun bir şekilde atanması daha kolay sağlanmaktadır. Kullanılan matematiksel model Fattahi ve diğerleri (2011) tarafından önerilen matematiksel model ile Kopanos ve diğerleri (2014) tarafından önerilen matematiksel modellerle benzer özellikler içermektedir. İstasyonlarda bulunması gereken kaynak sayılarını belirlemek için aynı anda devam eden ve aynı kaynağı gerektiren görev sayılarının belirlenmesi gerekmektedir. Önerilen matematiksel modelleme yaklaşımında öncelikle bir görevin (*i* görevi) başlangıcında

devam eden görevler belirlenmektedir. Görev *i* ile aynı kaynağı gerektiren ve *i* görevinin başlangıcında devam eden görev sayısı belirlenerek istasyona atanması gereken en az kaynak sayısı tespit edilmeye çalışılmaktadır. Oluşturulan alt problemlerin her bir matematiksel modeli en fazla 60 saniye süre ile koşturulmaktadır. Bu süre içerisinde matematiksel model tarafından elde edilen sonuç esas alınmaktadır. Eğer 60 saniye içerisinde sonuç elde edilemedi ise AGD dizisine eklenen son görev bu diziden silinip tekrar S<sub>Kopya</sub> dizisinin ilk satırına aktarılmaktadır. Kalan görevler için tekrar matematiksel model oluşturulmaktadır. Matematiksel modelin daha kolay anlaşılması açısından Kopanos ve diğerleri (2014) tarafından sunulan çalışmanın incelenmesi fayda sağlayacaktır. Matematiksel modele ilişkin notasyonlar ve kısıtlar aşağıda verilmektedir.

## Notasyonlar

- I: Görev kümesi (  $l$ 'den  $n$ 'ye kadar)  
D: Kaynak kümesi (  $l$ 'den  $d$ 'ye kadar)  
K: İşçi kümesi (  $l$ 'den  $u$ 'ya kadar)  
 $P_i$ :  $i$  görevinin direk öncüllerinin kümesi  
 $P_i^*$ :  $i$  görevinin tüm öncüllerinin kümesi  
 $F_i$ :  $i$  görevinin direk ardıllarının kümesi  
 $F_i^*$ :  $i$  görevinin tüm ardıllarının kümesi  
 $O_r$ :  $r$  kaynağı ile gerçekleştirilen görevler kümesi  
 $t_i$ :  $i$  görevinin işlem süresi  
M: Yeterince büyük bir sayı  
 $\varepsilon$ : Yeterince küçük bir sayı  
 $u$ : Bir istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısı  
 $\alpha_r$ :  $r$  kaynağının maliyeti  
 $\beta$ : İstasyon açma maliyeti  
C: Çevrim süresi  
 $x_{ik}$ :  $i$  görevi  $k$  işçisine atanırsa 1 değerini alan 0-1 değişken  
 $st_i$ :  $i$  görevinin başlama zamanını gösteren  
 $y_{hi}$ : Yardımcı değişken

- $f_{hi}$ :  $h$  görevi  $i$  görevinden önce ya da eşit başlarsa 1 değerini alan 0-1 değişken  
 $w_{hi}$ :  $h$  görevi  $i$  görevinin başlangıcından sonra biterse 1 değerini alan 0-1 değişken  
 $p_{hi}$ :  $i$  görevi başladığında  $h$  görevi devam ediyorsa 1 değerini alan 0-1 değişken  
 $R_r$ : İlgili istasyon için ihtiyaç duyulan  $r$  kaynağı miktarı

## Amaç Fonksiyonu

Amaç fonksiyonu (1) istasyon maliyetini enküçüklemeyi amaçlamaktadır. Bir istasyonun maliyetini istasyon için gerekli olan kaynakların maliyeti ve istasyon açma maliyetinin ( $\beta$ ) toplamı oluşturmaktadır. Bir matematiksel model oluşturulurken 1 tane istasyon açıldığı ve bu maliyetin kısıtlarla ilişkilendirilmeden amaç fonksiyonuna eklendiği aşağıdaki matematiksel ifadede (1) görülmektedir.

$$\min \sum_{r=1}^d \alpha_r \cdot R_r + \beta \quad (1)$$

## Kısıtlar

$$\sum_{k=1}^u x_{ik} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$st_h + t_h \leq st_i \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in P_i \quad (3)$$

$$st_i + t_i \leq C \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$t_i \leq st_h - st_i + M \cdot (1 - x_{hk}) + M \cdot (1 - x_{ik}) + M \cdot (1 - y_{ih}) \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ l \mid l \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \wedge (i < l); \quad k = 1, \dots, u \} \quad (5)$$

$$t_h \leq st_i - st_h + M \cdot (1 - x_{hk}) + M \cdot (1 - x_{ik}) + M \cdot (y_{ih}) \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ l \mid l \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \wedge (i < l); \quad k = 1, \dots, u \} \quad (6)$$

$$t_h + st_h \leq st_i + M \cdot w_{hi} \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ r \mid r \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \} \quad (7)$$

$$st_i + \varepsilon - st_h - t_h \leq M \cdot (1 - w_{hi}) \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ r \mid r \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \} \quad (8)$$

$$st_i + \varepsilon - st_h \leq M \cdot f_{hi} \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ r \mid r \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \} \quad (9)$$

$$st_h - st_i \leq M \cdot (1 - f_{hi}) \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ r \mid r \in I - (P_i^* \cup F_i^*) \} \quad (10)$$

$$p_{hi} \leq f_{hi} \quad \text{ve} \quad p_{hi} \leq w_{hi} \quad i = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$f_{hi} + w_{hi} \leq 1 + p_{hi} \quad i = 1, \dots, n; \quad h \in \{ r \mid r \in I - i \} \quad (12)$$

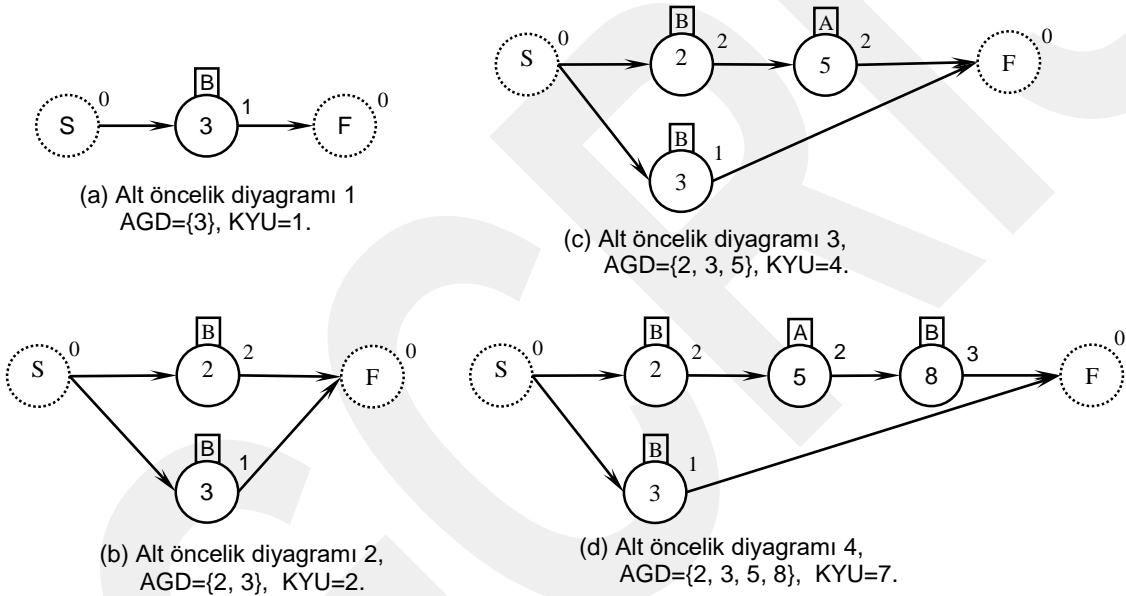
$$\sum_{h \in (I-P_i^1-F_i^1) \cap O_r} p_{hi} \leq R_r \quad i \in O_r; \quad r=1, \dots, d \quad (13)$$

$$x_{ik}, y_{hi}, f_{hi}, w_{hi}, p_{hi} \in \{0,1\} \quad i, h=1, \dots, n; \quad j=1, \dots, m; \quad k=1, \dots, u \quad (14.1)$$

$$st_i, R_r \geq 0 \quad i=1, \dots, n; \quad r=1, \dots, d \quad (14.2)$$

Eşitlik (2) her bir görevi bir işçiye atamaktadır. Kısıt (3) görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin ihlal edilmemesini sağlamaktadır. Kısıt (4) herhangi bir görevin bitiş süresinin çevrim süresini aşmamasını sağlamaktadır. Kısıt (5-6) bir işçinin aynı anda iki görevi gerçekleştirmesine engel olmaktadır. Kısıt (7-8)  $w_{hi}$  değişkeninin uygun değer alması amacıyla kullanılmaktadır. Bu iki kısıt setine göre eğer  $h$  görevi  $i$  görevinin başlangıcından sonra biterse

$w_{hi}$  değişkeni 1 değerini alacaktır. Benzer şekilde Kısıt (9-10)  $f_{hi}$  değişkeninin uygun değer almasını sağlamaktadır. Bu iki kısıt setine göre  $h$  görevinin  $i$  göreviyle aynı anda ya da daha önce başlaması durumunda  $f_{hi}$  değişkeni 1 değerini alacaktır. Kısıt (11-12)  $h$  ve  $i$  görevlerinin çakışması durumunda  $p_{hi}$  değişkeninin uygun değer almasını sağlamaktadır. Kısıt (13) gerekli kaynak sayısını belirlemektedir. Kısıt (14.1 ve 14.2) ise işaret kısıtlamalarıdır.



Şekil 4. Alt öncelik diyagramları ile bir istasyona atanabilecek görevlerin belirlenmesi.

### Alt Sınır Hesaplama

Önerilen çalışmaya ilişkin test problemlerinde optimal çözümlerin elde edilmesi mümkün olmayabilmektedir. Bu nedenle algoritmanın etkinliğinin ölçülmesi açısından elde edilen çözümler alt sınır değerleri ile karşılaştırılmıştır. Alt sınır hesaplanması Eşitlik (15)'de sunulmaktadır. Alt sınır hesaplanmasında istasyonların maliyeti ayrı, gerekli olan kaynakların maliyeti ayrı düşünülmüştür.

Kaynak maliyetinin hesaplanmasında Ogan ve Azizoğlu (2015) tarafından sunulan alt sınır hesaplama yöntemi kullanılırken, istasyon maliyetinin hesaplanmasında Scholl (1999) tarafından sunulan alt sınır hesaplama metodunun çok işçili montaj hattına uyarlanmış hali kullanılmıştır. Performans ölçütü olarak elde edilen sonuçların alt sınır değerinden sapmaları ele alınmıştır. Alt sınırdan sapma değerleri (%gap) Eşitlik (16) kullanılarak hesaplanmıştır.

$$AS = \beta \cdot \left\lceil \frac{T_{\text{sum}}}{u \cdot C} \right\rceil + \alpha_i \cdot \sum_{i \in R} \left\lceil \frac{T_{\text{sum}(i)}}{C} \right\rceil \quad (15)$$

$T_{\text{sum}}$  : Toplam görev süresi  
 $T_{\text{sum}(i)}$  : i kaynağı gerektiren görevlerin süreleri toplamı  
 $R$  : Kaynaklar kümesi

$$\% \text{ gap} = 100 \cdot \frac{\text{Sonuç-AS}}{\text{Sonuç}} \quad (16)$$

## Deneysel Hesaplamalar

Literatürde, montaj hattı dengeleme problemlerinde yaygın olarak kullanılan 4 farklı öncelik diyagramından çevrim süreleri, görevlerin gerçekleştirildiği kaynak çeşidi sayısı ve her istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısı değiştirilerek 24 adet test problemi oluşturulmuştur. Geliştirilen algoritma C# programlama dilinde kodlanmış olup, tamsayı doğrusal programlama modelleri CPLEX 10.2 çözücü kullanılarak 3.2 GHZ /4 GB Ram'a sahip bilgisayarda koşturulmuştur. Her bir test problemi 1800 saniye süre ile çalıştırılmıştır. Bir test problemi çözülürken aynı matematiksel modellerin oluşturulması durumunda (AGD dizisinde yer alan görevlerin sıralarının farklı olmasına bakmaksızın aynı olması durumunda) önceden hafızada tutulan atamalar ve amaç fonksiyonu değerleri kullanılmaktadır. Algoritmada çözülen ve tekrarlanan matematiksel model sayıları hesaplanarak Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2'nin ilk satırı incelendiğinde Mansoor\_2 test probleminde 11 adet görev bulunduğu, çevrim süresinin 55, her istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısının 2 olduğu görülmektedir. Kaynak çeşidi sayısının 2 olduğu ve toplam 6594 matematiksel modelin Cplex aracılığıyla çözüldüğü, 19673 matematiksel modelin ise tekrarlandığı tespit edilmiştir. İlk test problemi için 1639 iterasyon yapılmış ve optimal sonuç elde edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde küçük boyutlu problemlerde algoritmanın ve alt sınır hesaplama yönteminin etkili olduğu söylenebilmektedir. Görev sayısının artması durumunda ise (35 görev üstü) önerilen

algoritmanın alt sınır değerlerinden sapma miktarının arttığı görülmektedir. Ancak problemin karmaşıklık düzeyi ve sapmaların alt sınır değerlerinden olduğu göz önüne alındığında çözümler kabul edilebilir düzeyde bulunmuştur.

Çözülen ve tekrarlanan matematiksel model sayısı incelendiğinde birçok tamsayı doğrusal modelin tekrarlandığı gözlemlenmiş olup, çözümlerin hafıza tutulmasının fayda sağladığı belirlenmiştir. Yine matematiksel modellerin verilen süre içerisinde çok sayıda matematiksel modeli çözebildiği gözlemlenmiştir.

## Sonuç ve Değerlendirme

Montaj hatları seri üretim yapan firmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Düz hatlara kıyasla daha avantajlı olabilen çok işçili montaj hattı tasarımlarında yenilenebilir kaynak maliyeti ve istasyon kurulum maliyetlerinin enküçüklenmesi işletmeler açısından büyük önem arz etmektedir. Ancak literatürde ilgili konu üzerine kısıtlı sayıda çalışmanın bulunduğu bilinmektedir. Bu çalışmada çok işçili montaj hatlarının tasarım maliyetinin enküçüklenmesine yönelik yeni bir çözüm yaklaşımı sunulmuştur. Problemin karmaşıklık düzeyi dikkate alındığında kesin çözüm yöntemleri ile kabul edilebilir sürelerde kaliteli çözümler elde edilmeyebilmektedir. Bu nedenle bu makalede tavlama benzetimi ile matematiksel modellemenin kullanımına dayalı yeni bir sezgisel yöntem önerilmiştir. Tavlama benzetimi aracılığıyla problemin bir kısmı matematiksel modelin kısa sürelerde çözüm üretebileceği alt problemlere ayrıştırılmıştır ve aynı alt problemlerin oluşturulması durumunda tekrar çözümlenmeye ihtiyaç duyulmamıştır.

Geliştirilen çözüm yaklaşımı montaj hattı dengeleme problemlerinin farklı sürümlerine uygulanabilir hale getirilebilir. Önerilen

algoritmanın küçük ve orta ölçekli problemlerde iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmekle birlikte, problem boyutundaki artış neticesinde alt sınırdan sapma payının arttığı belirlenmiştir. Bunun nedeninin problem boyutundaki artışa bağlı olarak alt problemlerin matematiksel

modeller ile çözüm süresinin artmasının olabileceği düşünülmektedir. Gelecek çalışmalarda daha yüksek boyutlu test problemleri farklı algoritmalar kullanılarak çözülebilir.

**Tablo 2.** Hesaplama sonuçları.

<i>Problem Adı</i>	<i>n</i>	<i>C</i>	<i>u</i>	<i>KÇS</i>	<i># ÇMM</i>	<i># TMM</i>	<i># İterasyon</i>	<i>Sonuç</i>	<i>LB</i>	<i>% gap</i>
Mansoor_2	11	55	2	2	6594	19673	1639	550	550	0,0
Mansoor_2	11	55	3	2	6368	19015	1583	600	550	8,3
Mansoor_3	11	55	2	3	6308	18924	1577	640	530	17,2
Mansoor_3	11	55	3	3	6005	17916	1493	580	530	8,6
Mansoor_4	11	55	2	4	5636	16809	1398	665	615	7,5
Mansoor_4	11	55	3	4	5458	16085	1335	665	615	7,5
Mitchell_2	21	24	2	2	5521	7328	229	590	540	8,5
Mitchell_2	21	24	3	2	5304	7072	221	590	540	8,5
Mitchell_3	21	24	2	3	5208	6944	217	780	700	10,3
Mitchell_3	21	24	3	3	4910	6528	204	780	700	10,3
Mitchell_4	21	24	2	4	5640	7520	235	800	730	8,8
Mitchell_4	21	24	3	4	5526	7328	229	800	730	8,8
Gunther_2	35	60	2	2	3295	3295	46	1250	980	21,6
Gunther_2	35	60	3	2	3589	3589	50	1250	880	29,6
Gunther_3	35	60	2	3	3235	3235	45	1240	1020	17,7
Gunther_3	35	60	3	3	2945	2945	41	1240	920	25,8
Gunther_4	35	60	2	4	3024	3024	42	1340	970	27,6
Gunther_4	35	60	3	4	3024	3024	42	1360	870	36,0
Warnecke_2	58	300	2	2	201	240	4	700	570	18,6
Warnecke_2	58	350	3	2	206	300	5	700	420	40,0
Warnecke_3	58	300	2	3	230	300	5	830	650	21,7
Warnecke_3	58	350	3	3	237	240	4	780	500	35,9
Warnecke_4	58	300	2	4	232	300	5	790	590	25,3
Warnecke_4	58	350	3	4	167	240	4	790	420	46,8

*n*=görev sayısı; *C*=çevrim süresi; *u*=bir istasyonda bulunabilecek en çok işçi sayısı; *KÇS*=kaynak çeşidi sayısı; *ÇMM*=çözülen matematiksel model sayısı; *TMM*=tekrarlanan matematiksel model sayısı; *LB*=alt sınır değeri; *% gap*=alt sınır değerinden sapma

Problem boyutundaki artış ile çözümlenen matematiksel model sayısının azalması bu düşüncüyü destekler niteliktedir. İlerleyen çalışmalarda matematiksel modellerle çözülen alt problemlerin, farklı algoritmalarla daha hızlı bir şekilde çözümlenmesinin algoritmanın etkinliğini artıracığı düşünülmektedir.

Bu çalışmada çok işçili kaynak kısıtlı montaj hattı dengeleme problemleri ile ilgili olarak gerçekleştirilen çalışmaların eksikliğine vurgu yapılmış ve bu alanda daha fazla çalışma yapılmasının gerekliliğine dikkat çekilmiştir. İlerleyen çalışmalarda yine istasyonlarda birden fazla işçinin bulunduğu, stokastik görev süreli montaj hattı tasarımına yönelik çalışmalar

gerçekleştirilebilir. Ayrıca farklı meta-sezgisel yöntemlerinin problem çözümünde sergileyeceği performansların araştırılması daha etkili çözüm yöntemleri geliştirilmesi açısından fayda sağlayabilmektedir.

## Kaynaklar

- Ağpak, K., ve Gökçen, H. (2005). Assembly line balancing: Two resource constrained cases. *Int. Journal of Production Economics*, **96**, 1, 129-140.
- Akagi, F., Osaki, H., ve Kikuchi, S.(1983). A method for assembly line balancing with more than one worker in each station. *The Int. Journal of Production Research*, **21**, 5, 755-770.

- Becker, C., ve Scholl, A. (2009). Balancing assembly lines with variable parallel workplaces: Problem definition and effective solution procedure. *European Journal of Operational Research*, **199**, 2, 359-374.
- Bukchin, J., Darel, E., ve Rubinovitz, J. (1997). Team-oriented assembly system design: A new approach. *International Journal of Production Economics*, **51**, 1, 47-57.
- Bukchin, J., ve Tzur, M. (2000). Design of flexible assembly line to minimize equipment cost. *IIE Transactions*, **32**, 7, 585-598.
- Cevikcan, E., Durmusoğlu, M., B., ve Unal, M., E., (2009). A Team Oriented Design Methodology for Mixed Model Assembly Systems. *Computers & Industrial Engineering*, **56**, 2, 576-599.
- Corominas, A., Ferrer, L., ve Pastor, R. (2011). Assembly line balancing: general resource-constrained case. *International Journal of Production Research*, **49**, 12, 3527-3542.
- Dimitriadis, S. G. (2006). Assembly line balancing and group working: A heuristic procedure for workers' groups operating on the same product and workstation. *Computers & Operations Research*, **33**, 9, 2757-2774.
- Fattahi, P., Roshani, A., ve Roshani, A. (2011). A mathematical model and ant colony algorithm for multi-manned assembly line balancing problem. *The Int. Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **53**, 363-378.
- Graves, S. C., ve Lamar, B. W. (1983). An integer programming procedure for assembly system design problems. *Operations Research*, **31**, 3, 522-545.
- Gutjahr, A. L., ve Nemhauser, G. L. (1964). An algorithm for the line balancing problem. *Management Science*, **11**, 2, 308-315.
- Hazır, Ö., Delorme, X., ve Dolgui, A. (2014). A survey on cost and profit oriented assembly line balancing. *IFAC Proceedings Volumes*, **47**, 3, 6159-6167.
- Kara, Y., Özgüven, C., Yalçın, N., ve Atasagun, Y. (2011). Balancing straight and U-shaped assembly lines with resource dependent task times. *International Journal of Production Research*, **49**, 21, 6387-6405.
- Kopanos, G. M., Kyriakidis, T. S., ve Georgiadis, M. C. (2014). New continuous-time and discrete-time mathematical formulations for resource-constrained project scheduling problems. *Computers & Chemical Engineering*, **68**, 96-106.
- Kellegöz, T. (2017). Assembly line balancing problems with multi-manned stations: a new mathematical formulation and Gantt based heuristic method. *Annals of Operations Research*, **253**, 1, 377-404.
- Mete, S., ve Ağpak, K. (2013). Çok Amaçlı Genelleştirilmiş Kaynak Kısıtlı Çift Taraflı Montaj Hattı Dengeleme Problemi ve Hesaplama Analizi. *Journal of the Faculty of Engineering & Architecture of Gazi University*, **28**, 3, 567-576.
- Ogan, D., ve Azizoglu, M. (2015). A branch and bound method for the line balancing problem in U-shaped assembly lines with equipment requirements. *Journal of Manufacturing Systems*, **36**, 4, 46-54.
- Pekin, N., ve Azizoglu, M. (2008). Bi criteria flexible assembly line design problem with equipment decisions. *Int. Journal of Production Research*, **46**, 22, 6323-6343.
- Petropoulos, D. I., ve Nearchou, A. C. (2011). A particle swarm optimization algorithm for balancing assembly lines. *Assembly Automation*, **31**, 2, 118-129.
- Roshani, A., Roshani, A., Roshani, A., Salehi, M., ve Esfandyari, A. (2013). A simulated annealing algorithm for multi-manned assembly line balancing problem. *Journal of Manufacturing Systems*, **32**, 1, 238-247.
- Roshani, A., ve Giglio, D. (2017). Simulated annealing algorithms for the multi-manned assembly line balancing problem: minimising cycle time. *International Journal of Production Research*, **55**, 10, 2731-2751.
- Scholl, A. 1999. *Balancing and Sequencing of Assembly Lines*. Heidelberg: Physica-Verlag.
- Sivasankaran, P., ve Shahabudeen, P. (2014). Literature review of assembly line balancing problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **73**, 9-12, 1665-1694.

## **A new algorithm based on simulated annealing algorithm and integer linear programming for minimizing the station and resource investment cost on multi-manned assembly lines**

### **Extended abstract**

Assembly lines, which are widely used in the production of standardized products, are an important flow type of production system. The balancing problems of these lines have great importance in terms of minimizing the production and resource investment cost. Although the stated problem are commonly occurred in industrial environments, it may not be solved with an exact solution methods within reasonable periods of time. This study emphasizes the lack of studies on the related problem, when considering the studies assembly line balancing problems.

In this study, a new algorithm is proposed for the multi-manned assembly line balancing problem which also takes into consideration the cost of renewable resource investment. The developed algorithm is based on the combined use of the simulated annealing and the linear programming model. In the proposed algorithm, while the tasks to be assigned to the stations are determined by the simulated annealing, the assignment of these tasks to the workers at the stations and the determination of the start times are performed through the mathematical model. In other words, sub-problems to be solved by linear programming model are determined by simulated annealing algorithm.

In the simulated annealing algorithm, random numbers between 0 and 1 are used to determine the tasks' priorities for assigning them to station.

The effectiveness of the algorithm has been tried to be measured through the test problems which are widely used in the literature. 24 test problems were generated from 4 different precedence diagrams, by varying the cycle times, the maximum number of workers that can be found in the stations, and the required resource type number. The deviations from the lower bound value of the solutions are taken into consideration as a performance criteria.

The simulated annealing algorithm was coded in the C # programming language and the linear programming model of each sub-problem was run on a computer with 3.2 GHz / 4 GB RAM using the CPLEX 10.2 solver.

In case of generating the same sub problems in simulated annealing algorithm, the solutions and assignments, which had been recorded in memory, were used without solving the stated problems again. The main reason of using the former assignments obtained with mathematical model for the same problem is that new mathematical model would obtained same solutions. By using the solutions recorded in memory, the algorithm could be implemented faster. When the number of solved and repeated mathematical models is examined, it can be said that it is very beneficial not to solve again the same sub problems. As a result of the experimental study, it is observed that the developed algorithm can produce acceptable quality of solutions in medium and large sized problem samples. However, it is determined that the deviation from the lower bound increases due to the increase in the problem size. It is thought that the reason for this may be the increase in the solution time of mathematical models depending on the increase in sub problem size.

**Keywords:** Resource constraint, multi-manned, assembly line, assembly line design, simulated annealing.